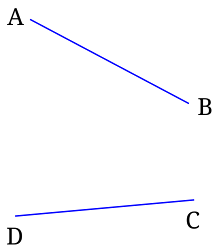
۱ الف) دو پاره‌خط AB و CD مطابق شکل داده شده‌اند.

نقطه‌ای بیابید که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطهٔ C و D نیز به یک فاصله باشد.

ب) نقطهٔ مورد نظر در قسمت الف را O می‌نامیم. اگر نقطهٔ O روی عمودمنصف پاره‌خط BC باشد و G دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OA باشد، رأس‌های چهارضلعی $ABCD$ نسبت به دایرهٔ G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

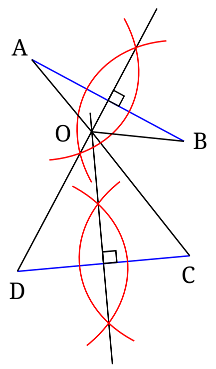


پاسخ:

الف) نقطه‌ای که از A و B به یک فاصله باشد روی عمودمنصف AB قرار دارد پس عمودمنصف AB را رسم می‌کنیم.

نقطه‌ای که از C و D به یک فاصله باشد روی عمودمنصف CD قرار دارد پس عمودمنصف CD را رسم می‌کنیم.

نقطه‌ای که هر دو خاصیت بالا را داشته باشد در محل برخورد دو عمودمنصف (نقطهٔ O) است.

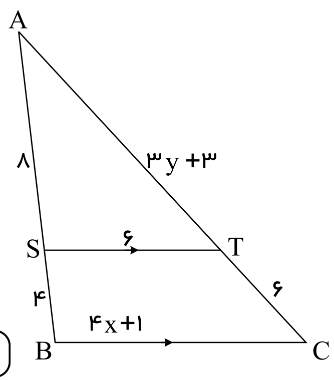


ب)

$$\left.\begin{array}{l} AB \text{ روی عمودمنصف } O \text{ نقطهٔ } \rightarrow OA = OB \\ CD \text{ روی عمودمنصف } O \text{ نقطهٔ } \rightarrow OC = OD \\ BC \text{ روی عمودمنصف } O \text{ نقطهٔ } \rightarrow OB = OC \end{array}\right\} \quad OA = OB = OC = OD \rightarrow$$

رأس‌های چهارضلعی $ABCD$ روی محیط دایره‌ای (G) به مرکز O و به شعاع OA قرار دارند.

۲ در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را بدست آورید.



پاسخ:

$$ST \parallel BC \rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \rightarrow \frac{۸}{۴} = \frac{۳y+۳}{۶}$$

$$\rightarrow ۳y + ۳ = ۱۲ \rightarrow ۳y = ۹ \rightarrow \boxed{y = ۳}$$

$$ST \parallel BC \rightarrow \frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC} \rightarrow \frac{۸}{۱۲} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۶}{۴x+۱} \rightarrow ۴x + ۱ = ۹ \rightarrow ۴x = ۸ \rightarrow \boxed{x = ۲}$$

۳ در هر مورد با عوض کردن جای فرض و حکم عکس آنچه را داده شده است، بنویسید.

الف) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود.

ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبرو موازی باشند، در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند.

پ) اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل‌اند.

ت) در یک مثلث اگر دو ارتفاع نابرابر باشند، ضلع متناظر به ارتفاع بزرگ‌تر کوچک‌تر است از ضلع مقابل به ارتفاع کوچک‌تر

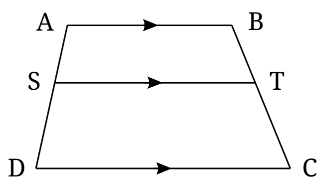
پاسخ: الف) اگر در مثلثی سه زاویه برابر باشند، آنگاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود.

ب) اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل با هم برابر باشند، آنگاه اضلاع روبرو موازی خواهند بود.

پ) اگر زوایای مقابل یک چهارضلعی مکمل هم باشند، آنگاه رأس‌های چهارضلعی روی یک دایره قرار خواهند داشت.

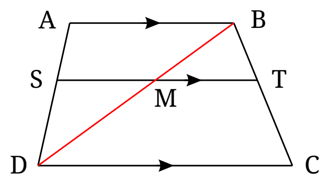
ت) در یک مثلث اگر دو ضلع نابرابر باشند، ارتفاع متناظر به ضلع بزرگ‌تر کوچک‌تر است از ارتفاع متناظر به ضلع کوچک‌تر.

۴ در ذوزنقهٔ مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD}=\frac{BT}{TC}$



پاسخ:

اثبات: قطر BD را رسم می‌کنیم و داریم:



$$\overset{\Delta}{ABD}: SM \parallel AB \rightarrow \frac{AS}{SD}=\frac{BM}{MD} \ (۱)$$

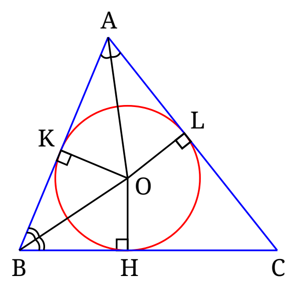
$$\overset{\Delta}{BCD}: MT \parallel DC \rightarrow \frac{BM}{MD}=\frac{BT}{TC} \ (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow \frac{AS}{SD}=\frac{BT}{TC}$$

۵ مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویهٔ این مثلث را رسم کنید و نقطهٔ برخورد آنها را O بنامید. از نقطهٔ O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید. به مرکز O و شعاع OH دایره‌ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

پاسخ:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{A} \ \text{نیمساز} = AO \rightarrow OL = OK \\ \widehat{B} \ \text{نیمساز} = BO \rightarrow OK = OH \end{array}\right\} \rightarrow OL = OK = OH$$

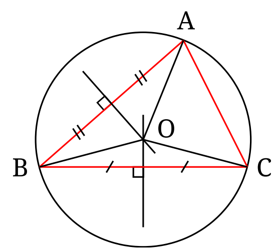


دایره به مرکز O و شعاع OH بر هر سه ضلع مثلث مماس است.

۶ مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. عمودمنصف‌های دو ضلع این مثلث را رسم کنید و نقطهٔ برخورد آنها را O بنامید. به مرکز O و به شعاع OA یک دایره رسم کنید. نقاط B و C نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

پاسخ: عمودمنصف‌های AB و BC را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ O قطع کنند.

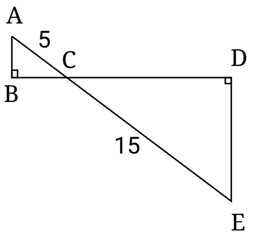
$$\left.\begin{array}{l} AB \ \text{روی عمودمنصف} \ O \ \text{نقطهٔ} \rightarrow OA = OB \\ BC \ \text{روی عمودمنصف} \ O \ \text{نقطهٔ} \rightarrow OB = OC \end{array}\right\} \rightarrow OA = OB = OC$$



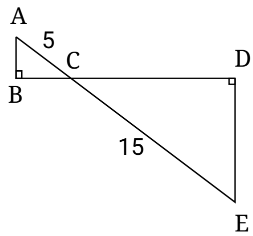
پس نقاط A و B و C روی محیط دایره‌ای به مرکز O و شعاع OA قرار دارند.

یعنی محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث مرکز دایرهٔ محیطی مثلث است.

۷ در شکل مقابل دو مثلث قائم‌الزاویه مشاهده می‌کنید. نسبت محیط‌ها و مساحت‌های آن‌ها را به دست آورید.



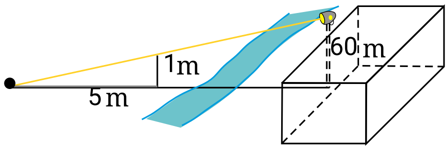
پاسخ:



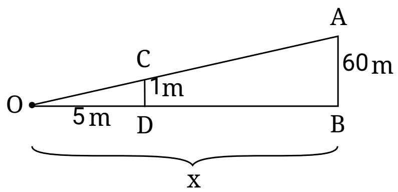
$$D\overset{\Delta}{E}C \sim A\overset{\Delta}{B}C \rightarrow k = \frac{CE}{AC} = \frac{۱۵}{۵} \rightarrow K = ۳$$

$$\frac{P_{D\overset{\Delta}{E}C}}{P_{A\overset{\Delta}{B}C}} = K = ۳ \quad , \quad \frac{S_{D\overset{\Delta}{E}C}}{S_{A\overset{\Delta}{B}C}} = K^{۲} = ۹$$

۸ بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می‌خواهد فاصلهٔ خود را تا پایهٔ نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول متر را روی زمین قرار می‌دهد و مشاهده می‌کند که طول سایهٔ چوب برابر ۵ متر است. فاصلهٔ این مرد تا پای نورافکن چقدر است؟



پاسخ:



$$\frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} \rightarrow \frac{۵}{x} = \frac{۱}{۶۰} \rightarrow \boxed{x = ۳۰۰m}$$

۹ هر یک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

الف) هیچ عدد اول بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد.

ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است.

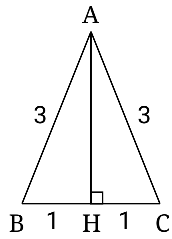
پ) در هر مثلث اندازهٔ هر ضلع از اندازهٔ هر ارتفاع بزرگ‌تر است.

ت) در هر مثلث میانه و عمودمنصف متناظر به هر ضلع بر هم منطبق هستند.

پاسخ: الف) عدد ۱۳۱ بزرگتر از ۱۲۷ و اوّل است پس حکم رد می‌شود.

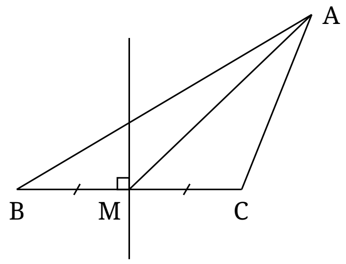
ب) اگر یک مربع دلخواه (مثلاً به طول ضلع ۶ متر) را انتخاب کنیم مساحت مربع ۳۶ متر مربع می‌شود. اگر قطرهای مربع را رسم کنیم، مربع به ۴ مثلث مساوی با مساحت هر کدام ۹ متر مربع تقسیم می‌شود و مشاهده می‌کنیم که مساحت مثلث از مساحت مربع کمتر است پس حکم رد می‌شود.

پ) اگر یک مثلث متساوی‌الساقین بطول ضلع‌های ۳ و ۳ و ۲ را در نظر بگیریم باتوجه به شکل و رابطهٔ فیثاغورس طول ارتفاع وارد بر قاعده $\sqrt{۸}$ می‌شود که این ارتفاع از قاعده بزرگتر است و حکم رد می‌شود.



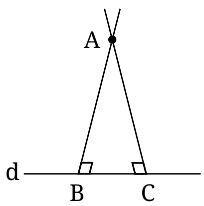
$$AH^۲ + BH^۲ = AB^۲ \rightarrow AH^۲ + ۱ = ۹ \rightarrow AH^۲ = ۸ \rightarrow AH = \sqrt{۸}$$
$$\rightarrow AH = ۲\sqrt{۲} \rightarrow AH > BC$$

ت) مثلث مختلف‌الاضلاع $\overset{\Delta}{ABC}$ را به طور دلخواه رسم می‌کنیم و میانه و عمودمنصف ضلع BC را رسم می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که این دو بر هم منطبق نیستند پس حکم رد می‌شود.



۱۰ با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطهٔ غیر واقع بر یک خط، دو خط عمود بر آن خط رسم کرد.

پاسخ:



فرض: نقطه‌ای مانند A غیر واقع بر خطی مانند d وجود دارد.

حکم: از نقطهٔ A نمی‌توان بیش از یک عمود بر خط d رسم کرد.

اثبات: فرض می‌کنیم که حکم غلط باشد، یعنی از نقطهٔ A دو عمود بر خط d رسم شده است (مانند شکل) که خط d را در نقاط B و C قطع کرده‌اند.

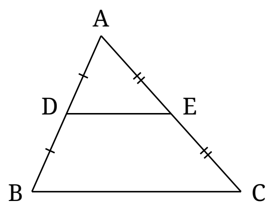
در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ بزرگتر از ۱۸۰° خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطهٔ غیر واقع بر یک خط وجود ندارد، یعنی حکم نمی‌تواند غلط باشد.

۱۱ ثابت کنید در هر مثلث پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.

پاسخ:

فرض: $AE = EC\,,\ \ AD = DB$

حکم: $DE = \dfrac{BC}{۲}\ \ ,\ \ DE \parallel BC$



اثبات:

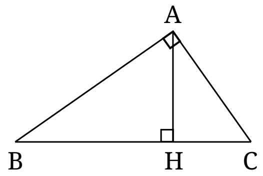
$$\begin{array}{l} AD = DB \\ AB = AD + DB \end{array} \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۲}$$

$$\begin{array}{l} AE = EC \\ AC = AE + EC \end{array} \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} DE \parallel BC$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{۱}{۲} \rightarrow DE = \frac{BC}{۲}$$

در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو در هر حالت، اندازهٔ پاره‌خط خواسته شده را بدست آورید.



پاسخ:

الف $BC = ۱۰$، $BH = ۹$، $AH = ?$، $AB = ?$، $AC = ?$

پاسخ:

$BC = BH + HC \to ۱۰ = ۹ + HC \to HC = ۱$

$AH^۲ = BH \cdot CH \to AH^۲ = ۹ \times ۱ \to \boxed{AH = ۳}$

$AB^۲ = BC \cdot BH \to AB^۲ = ۱۰ \times ۹ \to AB = \sqrt{۹۰} \to \boxed{AB = ۳\sqrt{۱۰}}$

$AC^۲ = BC \cdot CH \to AC^۲ = ۱۰ \times ۱ \to \boxed{AC = \sqrt{۱۰}}$

ب $AC = ۵$، $CH = ۲$، $BC = ?$، $AH = ?$، $AB = ?$

پاسخ:

$AC^۲ = BC \cdot CH \to ۵^۲ = BC \times ۲ \to \boxed{BC = ۱۲٫۵}$

$BC = BH + CH \to ۱۲٫۵ = BH + ۲ \to \boxed{BH = ۱۰٫۵}$

$AH^۲ = BH \cdot CH \to AH^۲ = ۱۰٫۵ \times ۲ \to AH^۲ = ۲۱ \to \boxed{AH = \sqrt{۲۱}}$

$AB^۲ = BC \cdot BH \to AB^۲ = ۱۲٫۵ \times ۱۰٫۵ \to AB^۲ = ۱۳۱٫۲۵$

$\to AB = \sqrt{۲۱ \times ۶٫۲۵} \to \boxed{AB = ۲٫۵\sqrt{۲۱}}$

یا

$AB \cdot AC = BC \cdot AH \to AB \times ۵ = ۱۲٫۵ \times \sqrt{۲۱} \to \boxed{AB = ۲٫۵\sqrt{۲۱}}$

پ $AB = ۸$، $AC = ۶$، $BC = ?$، $AH = ?$، $BH = ?$، $CH = ?$

پاسخ:

$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \to ۸^۲ + ۶^۲ = BC^۲ \to BC^۲ = ۱۰۰ \to \boxed{BC = ۱۰}$

$AB \cdot AC = BC \cdot AH \to ۸ \times ۶ = ۱۰ \times AH \to \boxed{AH = ۴٫۸}$

$AC^۲ = BC \cdot CH \to ۶^۲ = ۱۰ \times CH \to \boxed{CH = ۳٫۶}$

$AB^۲ = BC \cdot BH \to ۸^۲ = ۱۰ \times BH \to \boxed{BH = ۶٫۴}$

ت $AB = ۱۲$، $AH = ۶$، $BH = ?$، $BC = ?$، $AC = ?$

پاسخ:

$$AB^{۲} = AH^{۲} + BH^{۲} \to ۱۲^{۲} = ۶^{۲} + BH^{۲} \to BH^{۲} = ۱۴۴ - ۳۶ \to BH^{۲} = ۱۰۸$$

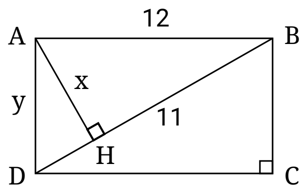
$$\to \boxed{BH = ۶\sqrt{۳}}$$

$$AB^{۲} = BC \cdot BH \to ۱۲^{۲} = BC \times ۶\sqrt{۳} \to BC = \frac{۱۴۴}{۶\sqrt{۳}} \to \boxed{BC = ۸\sqrt{۳}}$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \to ۱۲ \times AC = ۶ \times ۸\sqrt{۳} \to \boxed{AC = ۴\sqrt{۳}}$$

---

۱۳ در مستطیل مقابل مقادیر x و y را بدست آورید.



پاسخ:

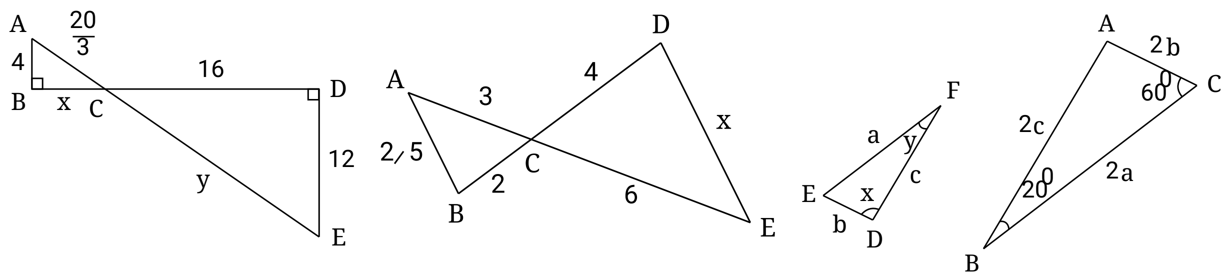
$$AB^{۲} = AH^{۲} + BH^{۲} \to ۱۲^{۲} = x^{۲} + ۱۱^{۲} \to x^{۲} = ۱۴۴ - ۱۲۱$$

$$\to x^{۲} = ۲۳ \to \boxed{x = \sqrt{۲۳}}$$

$$\overset{\triangle}{ADH} \sim \overset{\triangle}{ABH} \to \frac{AH}{BH} = \frac{AD}{AB} \to \frac{\sqrt{۲۳}}{۱۱} = \frac{y}{۱۲} \to \boxed{y = \frac{۱۲}{۱۱}\sqrt{۲۳}}$$

---

۱۴ در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر x و y را بدست آورید.



(پ) (ب) (الف)

پاسخ:

الف) $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{EF} = ۲ \to \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF} \to \begin{cases} \widehat{B} = \widehat{F} = ۲۰^\circ \to \boxed{y = ۲۰^\circ} \\ \widehat{C} = \widehat{E} = ۶۰^\circ \\ \widehat{A} = \widehat{D} \to \boxed{x = ۱۰۰^\circ} \end{cases}$

ب) $\left.\begin{array}{l} A\widehat{C}B = D\widehat{C}E \\ \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \to \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CDE} \to \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$

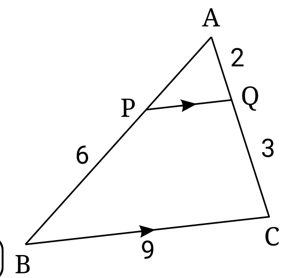
$$\to \frac{۳}{۶} = \frac{۲}{۴} = \frac{۲/۵}{x} \to \boxed{x = ۵}$$

پ) $\left.\begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{D} = ۹۰^\circ \\ A\widehat{C}B = \widehat{D}CE \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CDE} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{CE}$

$$\rightarrow \frac{۴}{۱۲}=\frac{x}{۱۶}=\frac{\frac{۲۰}{۳}}{y}\rightarrow x=\frac{۱۶\times ۴}{۱۲}\rightarrow \boxed{x=\frac{۱۶}{۳}}$$

$$\rightarrow y=\frac{۱۲\times\frac{۲۰}{۳}}{۴}\rightarrow \boxed{y=۲۰}$$

۱۵ در شکل مقابل $BC \parallel PQ$ است. طول پاره‌خط‌های AP و PQ را بدست آورید.



پاسخ:

$$PQ \parallel BC \rightarrow \frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}\rightarrow \frac{AP}{۶}=\frac{۲}{۳}\rightarrow \boxed{AP=۴}$$

$$PQ \parallel BC \rightarrow \frac{AP}{AB}=\frac{AQ}{AC}=\frac{PQ}{BC}\rightarrow \frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}=\frac{PQ}{۹}\rightarrow \boxed{PQ=\frac{۱۸}{۵}}$$

۱۶ در هر مورد، مقدار عددی $\frac{a}{b}$ را به‌دست آورید.

الف) $\frac{a}{۱۰+a}=\frac{b}{۸+b}$

ب) $\frac{۳a+۱۰}{۱۰+۲a}=\frac{۳b+۷}{۷+۲b}$

پاسخ:

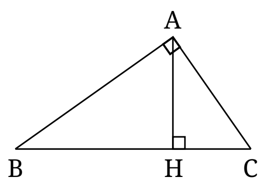
الف) $a(۸+b)=b(۱۰+a)\rightarrow ۸a+\cancel{ab}=۱۰b+\cancel{ab}\rightarrow ۸a=۱۰b\rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۱۰}{۸}\rightarrow \boxed{\frac{a}{b}=\frac{۵}{۴}}$

ب) $(۳a+۱۰)(۷+۲b)=(۳b+۷)(۱۰+۲a)$

$\rightarrow ۲۱a+\cancel{۶ab}+\cancel{۷۰}+۲۰b=۳۰b+\cancel{۶ab}+\cancel{۷۰}+۱۴a$

$\rightarrow ۲۱a-۱۴a=۳۰b-۲۰b\rightarrow ۷a=۱۰b\rightarrow \boxed{\frac{a}{b}=\frac{۱۰}{۷}}$

۱۷ در شکل مقابل مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC را به دو روش محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت بدست آمده برای مساحت مثلث یک تناسب بدست آورید.



پاسخ:

$$\left.\begin{aligned} S_{\overset{\triangle}{ABC}}&=\frac{۱}{۲}BC\times AH\\ S_{\overset{\triangle}{ABC}}&=\frac{۱}{۲}AB\times AC\end{aligned}\right\}\cancel{\frac{۱}{۲}}BC\times AH=\cancel{\frac{۱}{۲}}AB\times AC\rightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{AH}{AC}$$

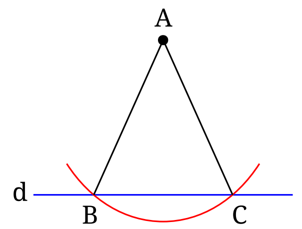
۱۸ فرض کنید نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم هر یک از مثلث‌های زیر را توضیح دهید.

الف) مثلث متساوی‌الساقینی که A یک رأس آن و قاعدهٔ آن بر خط d منطبق باشد.

ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی‌متر باشد.

پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن $۸cm^۲$ باشد.

پاسخ: الف) دهانهٔ پرگار را بیش از ۴ سانتی‌متر باز می‌کنیم و دایره‌ای به مرکز نقطهٔ A و شعاع انتخاب شده رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطهٔ B و C قطع کند. مثلث متساوی‌الساقینی $\overset{\triangle}{ABC}$ جواب مسئله است زیرا $AB = AC = R$



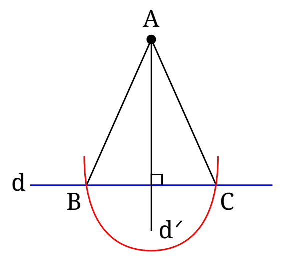
ب) مطابق با شرایط قسمت (الف) عمل می‌کنیم و دهانهٔ پرگار را دقیقاً ۶ سانتی‌متر باز می‌کنیم تا طول ساق‌ها ۶ سانتی‌متر بدست آید.

پ) چون فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d (قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین) ۴ سانتی‌متر است پس ارتفاع مثلث ۴ سانتی‌متر است و قاعدهٔ آن بصورت زیر بدست می‌آید:

$$S = \frac{AH \times BC}{۲} \to ۸ = \frac{۴ \times BC}{۲} \to \boxed{BC = ۴}$$

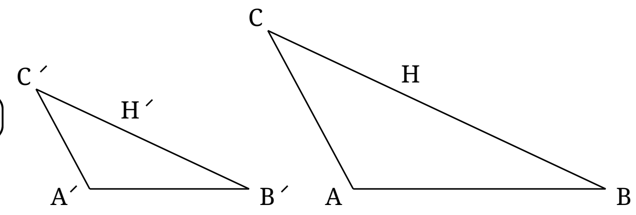
اکنون باید مثلث ABC را طوری رسم کنیم که قاعدهٔ آن (BC) برابر ۴ سانتی‌متر باشد.

ابتدا از نقطهٔ A خط d' را بر خط d عمود می‌کنیم و محل برخورد دو خط را H می‌نامیم. پس دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ ۲ سانتی‌متر (نصف قاعده) باز می‌کنیم و به مرکز H دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند. $\overset{\triangle}{ABC}$ جواب مسئله است زیرا $AB = AC$، $BC = ۴$ و $AH = ۴$ و $S = ۸cm^۲$



---

۱۹ دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید، به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$ باشد. اکنون ارتفاع‌های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.



الف) ثابت کنید مثلث‌های $\overset{\triangle}{AHB}$ و $\overset{\triangle}{A'H'B'}$ متشابه‌اند.

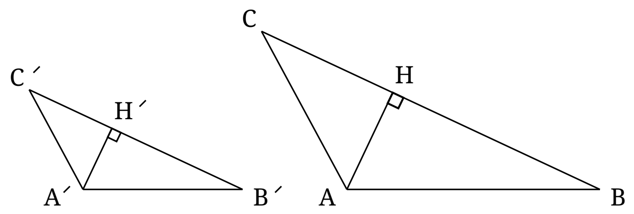
ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را بدست آورید.

پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{A'B'C'}}}$ را محاسبه کنید.

ت) نسبت محیط‌های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را بدست آورید.

پاسخ:

الف) $\left.\begin{array}{l}\widehat{B}=\widehat{B'}\\ \widehat{H}=\widehat{H'}=۹۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABH}\sim \overset{\Delta}{A'B'H'}$



ب) $\overset{\Delta}{ABH}\sim \overset{\Delta}{A'B'H'}\to \frac{AB}{A'B'}=\frac{AH}{A'H'}=K\to \boxed{\frac{AH}{A'H'}=K}$

پ) $\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}=\frac{\frac{۱}{۲}BC\cdot AH}{\frac{۱}{۲}B'C'\cdot A'H'}=\frac{BC}{B'C'}\cdot\frac{AH}{A'H'}=K^۲\to \boxed{\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}=K^۲}$

ت) $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=K\to AB=A'B'\cdot K\ ,\ AC=A'C'\cdot K\ ,\ BC=B'C'\cdot K$

$\frac{P_{\overset{\Delta}{ABC}}}{P_{A'B'C'}}=\frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'}=\frac{K(A'B'+A'C'+B'C')}{A'B'+A'C'+B'C'}\to \boxed{\frac{P_{\overset{\Delta}{ABC}}}{P_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}=K}$